

Cinquième

1. Expressions numériques
2. Comparaison de fractions
3. Calculs avec des fractions
4. Triangles
5. La symétrie centrale
6. Parallélogrammes
7. Aires.
8. Prismes. Cylindres
9. Angles
10. Les nombres relatifs
11. Addition, soustraction de nombres relatifs
12. Equations
13. Proportionnalité
14. Pourcentages. Echelles
15. Statistiques

Expressions numériques

1) Priorités dans les calculs :

Dans un calcul sans parenthèses :

on effectue, dans l'ordre, de la gauche vers la droite :

les multiplications ou divisions.

les additions ou soustractions.

Quand il y a des parenthèses, on effectue d'abord les calculs dans la parenthèse en suivant les règles de priorité.

2) Exemples:

$$a = 2,3 + 5,4 - 3,1 = 7,7 - 3,1 = 4,6$$

$$b = 3,7 - (0,3 \div 0,16) = 3,7 - 1,875 = 1,825$$

$$c = (5,5 \times 3) - 2,7 = 16,5 - 2,7 = 13,8$$

$$d = (27 \div 15) - (27 \div 16) = 1,8 - 1,6875 = 0,1125$$

$$e = 33 - 2,1 + 3,4 = 30,9 + 3,4 = 34,3$$

$$f = 33 - (2,1 + 3,4) = 33 - 5,5 = 27,5$$

$$g = (927 \div 15) - 6 = 61,8 - 6 = 55,8$$

$$h = 927 \div (15 - 6) = 927 \div 9 = 103$$

$$i = \frac{7+5}{8+3} = (7+5) \div (8+3) = 12 \div 11 = \frac{12}{11}$$

$$j = 7 + \frac{5}{8} + 3 = 7 + 5 \div 8 + 3 = 7 + 0,625 + 3 = 7,625 + 3 = 10,625$$

$$k = \frac{(7+5)}{8} + 3 = (7+5) \div 8 + 3 = 12 \div 8 + 3 = 1,5 + 3 = 4,5$$

3) Calculs de nombres inconnus:

a) Additions et soustractions:

Calculer les nombres manquants en indiquant l'opération effectuée.

$$x + 3,5 = 7,25 \quad \text{alors} \quad x = 7,25 - 3,5 = 3,75$$

$$y - 3,5 = 7,25 \quad \text{alors} \quad y = 7,25 + 3,5 = 10,75$$

$$5,4 + z = 9,8 \quad \text{alors} \quad z = 9,8 - 5,4 = 4,4$$

$$31,1 - t = 9,8 \quad \text{alors} \quad t = 31,1 - 9,8 = 21,3$$

Cours de cinquième

b) Multiplications et divisions:

Calculer les nombres manquants en indiquant l'opération effectuée.

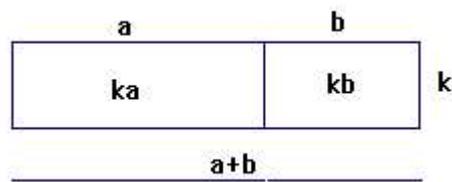
$$x \times 2,5 = 125 \quad \text{alors} \quad x = 125 \div 2,5 = 50$$

$$y \div 25 = 125 \quad \text{alors} \quad y = 125 \times 25 = 3125$$

$$5,4 \times z = 81 \quad \text{alors} \quad z = 81 \div 5,4 = 15$$

$$33 \div t = 11 \quad \text{alors} \quad t = 33 \div 11 = 3$$

4) La distributivité :



L'aire totale peut être obtenue :

soit en calculant l'aire du rectangle de côtés $(a+b)$ et k ;

soit en calculant la somme des aires des rectangles de côtés a et k ; b et k .

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

On dit que la multiplication est distributive par rapport à l'addition ou la soustraction .

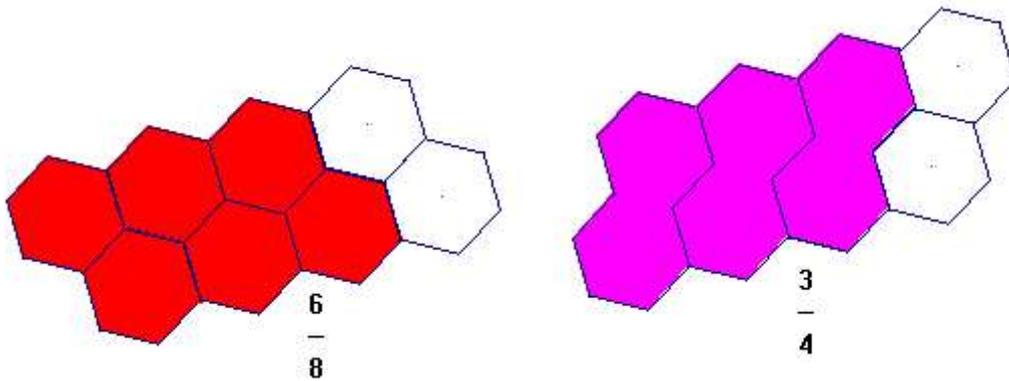
Comparaison de fractions

1) Fractions égales :

$\frac{3}{7}$ est une fraction. 3 est le numérateur ; 7 est le dénominateur . $\frac{\text{numérateur}}{\text{dénominateur}}$

On ne change pas la valeur d'un quotient en multipliant ou en divisant les deux termes par un même nombre.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \quad (b \text{ et } k \text{ sont différents de } 0).$$



$$\frac{6}{8} = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

Exemples :

Pour enlever les virgules dans un calcul de quotient : $\frac{15,67}{3,4} = \frac{15,67 \times 100}{3,4 \times 100} = \frac{1567}{340}$.

Pour changer le dénominateur : $\frac{3}{7} = \frac{3 \times 4}{7 \times 4} = \frac{12}{28}$

Pour simplifier une fraction : $\frac{15}{35} = \frac{15 \div 5}{35 \div 5} = \frac{3}{7}$ ou $\frac{15}{35} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{3}{7}$

On dit que l'on a simplifié par 5 .

Remarque: pour simplifier une fraction, il faut souvent utiliser les critères de divisibilité.

Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.

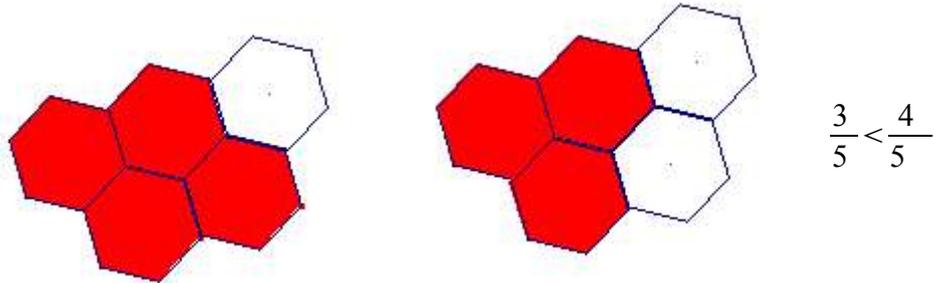
Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.

Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est «dans la table du 3».

Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est «dans la table du 9».

2) Comparaison de fractions :

Si les fractions ont le même dénominateur, la plus petite est celle qui a le plus petit numérateur .



Si les fractions n'ont pas le même dénominateur, on les met au même dénominateur .

$$\frac{4}{3} \text{ et } \frac{7}{6} \text{ on les met au dénominateur 6 : } \frac{4}{3} = \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{8}{6} \text{ et } \frac{7}{6} < \frac{8}{6}$$

On peut aussi comparer les valeurs exactes ou approchées des deux quotients :

$$\frac{451}{79} \approx 5,70 \text{ et } \frac{75}{13} \approx 5,76 \text{ donc } \frac{451}{79} < \frac{75}{13}$$

Si les deux fractions ont même numérateur, la plus petite est celle qui a le plus grand dénominateur :

$$\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$$

3) Fractions et unité:

Une fraction dont le numérateur est plus petit que le dénominateur est plus petite que 1.

Une fraction dont le numérateur est plus grand que le dénominateur est plus grande que 1.

$\frac{4}{9}$ a un numérateur (4) plus petit que le dénominateur (9), c'est une fraction plus petite que 1.

$\frac{5}{3}$ a un numérateur (5) plus grand que le dénominateur (3), c'est une fraction plus grande que 1.

$$\frac{4}{9} < 1 < \frac{5}{3}$$

4) Trouver une fraction manquante :

Exemple: Trouver la fraction manquante: $9 \times \frac{\quad}{\quad} = 5$

passer d'abord par 1: $9 \div 9 = 1$ donc le dénominateur est $9 : 9 \times \frac{\quad}{9} = 5$

finir $1 \times 5 = 5$ donc le numérateur est $5 : 9 \times \frac{5}{9} = 5$

la fraction manquante est $\frac{5}{9}$.

Calculs avec des fractions**1) Addition, soustraction de fractions :**Si les deux fractions ont même dénominateur :

on ajoute ou on soustrait les numérateurs et on conserve le dénominateur commun .

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} .$$

Exemples :

$$\frac{7}{5} + \frac{11}{5} = \frac{7+11}{5} = \frac{16}{5}$$

$$\frac{17}{11} - \frac{5}{11} = \frac{17-5}{11} = \frac{12}{11}$$

Si les fractions ont un dénominateur multiple de l'autre :

on transforme une fraction pour avoir un dénominateur commun :

$$\frac{4}{15} + \frac{6}{5} = \frac{4}{15} + \frac{18}{15} = \frac{22}{15} \quad \text{on a transformé} \quad \frac{6}{5} = \frac{6 \times 3}{5 \times 3} = \frac{18}{15}$$

2) Multiplication de deux fractions :

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux .

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemples :

$$\frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{5 \times 4}{3 \times 7} = \frac{20}{21}$$

$$\frac{7}{3} \times \frac{8}{7} = \frac{7 \times 8}{3 \times 7} = \frac{8}{3} \quad (\text{on a simplifié})$$

3) Multiplication d'une fraction par un nombre :
 $a = \frac{a}{1}$ donc pour multiplier une fraction par a on la multiplie par $\frac{a}{1}$

$$7 \times \frac{3}{4} = \frac{7}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{7 \times 3}{4 \times 1} = \frac{21}{4}$$

Multiplier un nombre par la fraction $\frac{n}{d}$ c'est :multiplier ce nombre par n puis diviser le résultat par d ;

ou

diviser ce nombre par d puis multiplier le résultat par n .

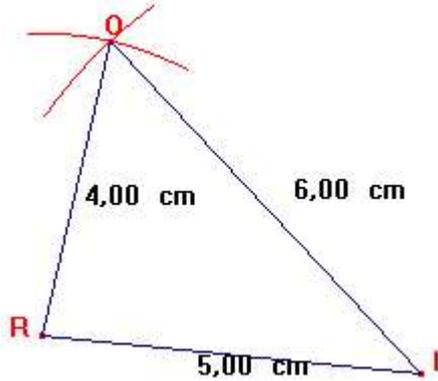
$$a \times \frac{n}{d} = a \times n \div d \quad \text{ou} \quad a \times \frac{n}{d} = a \div d \times n$$

Exemple : $5 \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{4} = \frac{15}{4} = 15 \div 4 = 3,75$ ou $5 \times \frac{3}{4} = 5 \div 4 \times 3 = 1,25 \times 3 = 3,75$

Les triangles

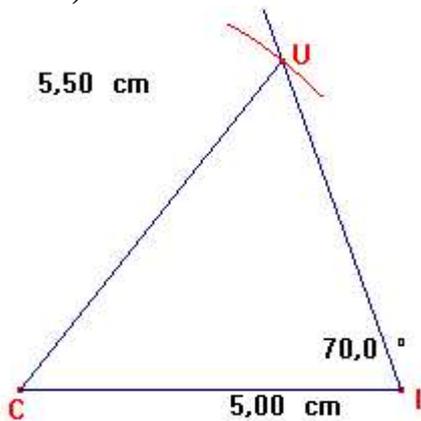
1) Tracé d'un triangle :

a) Connaissant les mesures des trois côtés :



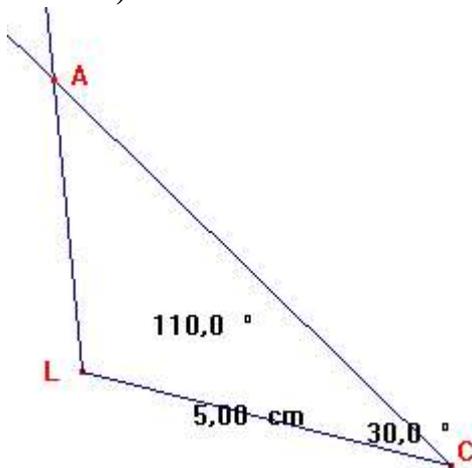
Pour construire le triangle ROI de côtés $RI=5$; $RO=4$ et $OI=6$, on trace le côté RI de 5cm puis l'arc de cercle de centre R et de rayon 4cm et enfin l'arc de cercle de centre I et de rayon 6cm .

b) Connaissant les mesures de deux côtés et de l'angle compris entre ces côtés :



Pour construire le triangle CUI de côtés $CI=5$; $CU=5,5$ et $\widehat{UIC}=70^\circ$, on trace le côté CI=5cm puis , à l'aide du rapporteur , on trace l'angle de 70° de sommet I et enfin l'arc de centre C et de rayon 5,5cm .

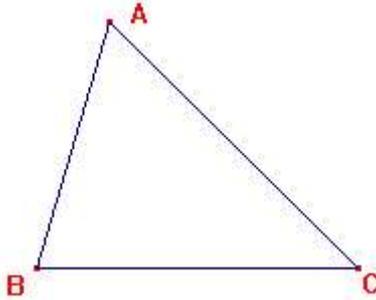
c) Connaissant la mesure d'un côté et celles des deux angles adjacents :



Pour tracer le triangle LAC de côté $LC=5$ et d'angles $\widehat{LCA}=30^\circ$ et $\widehat{ALC}=110^\circ$; on trace le côté LC=5cm et à l'aide du rapporteur on trace l'angle de 30° et de sommet C et enfin l'angle de 110° et de sommet L .

2) Inégalité triangulaire :

Dans tous les triangles, la mesure d'un côté est inférieure à la somme des mesures des deux autres côtés .



$$BC < BA + AC$$

$$AC < AB + BC$$

$$AB < AC + CB$$

Si $BC = BA + AC$ alors le point A est un point du segment $[BC]$.

Si le point A est un point du segment $[BC]$ alors $BA + AC = BC$.

Remarque: pour que trois mesures de côtés donnent un triangle, il faut que la somme des deux plus petits soit supérieure au plus grand.

Exemples : a) les trois longueurs de côtés suivantes donnent elles un triangle?

5, 7, 11.

les plus petits côtés sont 5 et 7, leur somme $5+7=12$ est plus grande que le plus grand côté (11) donc ils forment un triangle.

b) les trois longueurs de côtés suivantes donnent elles un triangle?

8, 8 et 12.

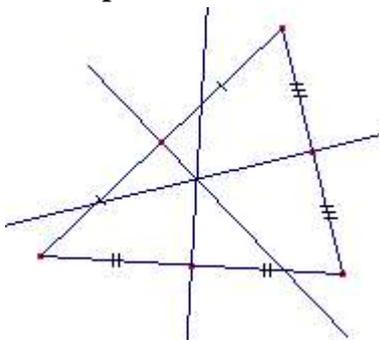
les plus petits côtés sont 8 et 8, leur somme $8+8=16$ est plus grande que le plus grand côté (12) donc ils forment un triangle.

c) les trois longueurs de côtés suivantes donnent elles un triangle?

6, 5 et 12.

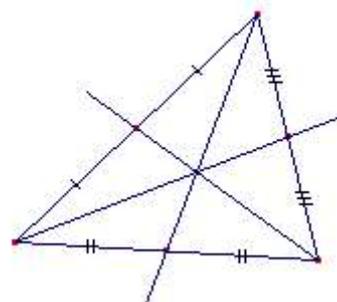
les plus petits côtés sont 6 et 5, leur somme $6+5=11$ est plus petite que le plus grand côté (12) donc ils ne forment pas un triangle.

3) Droites particulières d'un triangle :



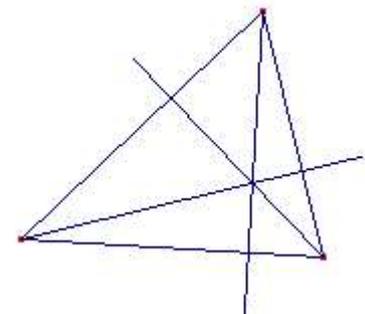
Les médiatrices

(droites perpendiculaires aux milieux des côtés)



Les médianes

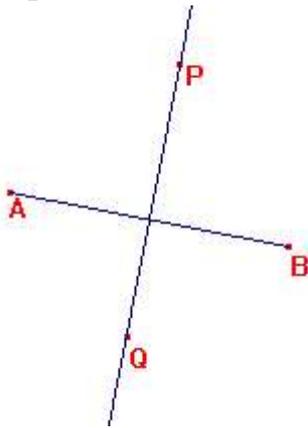
(droites passant par un sommet et le milieu du côté opposé)



Les hauteurs

(droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté)

4) Propriétés de la médiatrice :



Si P appartient à la médiatrice de $[AB]$ alors $PA=PB$.

Si $PA=PB$ alors P appartient à la médiatrice de $[AB]$.

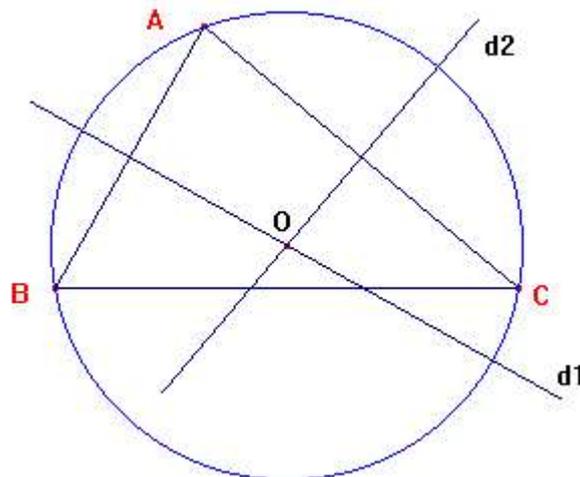
Si $PA=PB$ et $QA=QB$ alors (PQ) est la médiatrice de $[AB]$.

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment .

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il appartient à la médiatrice de ce segment .

Si deux points sont équidistants des extrémités d'un segment alors la droite passant par ces deux points est la médiatrice de ce segment .

5) Première démonstration ; le cercle circonscrit au triangle :



Dans tout triangle, les trois médiatrices se coupent en un même point .

Ce point est le centre d'un cercle passant par les trois sommets du triangle .

Ce cercle est le cercle circonscrit au triangle .

Démonstration :

$(d1)$ est la médiatrice de $[AB]$ donc O est équidistant de A et de B : $OA=OB$.

$(d2)$ est la médiatrice de $[AC]$ donc O est équidistant de A et de C : $OA=OC$.

Comme on a $OA=OB$ et $OA=OC$ on en déduit que $OB=OC$ donc que O appartient à la médiatrice de $[BC]$. Les trois médiatrices se coupent en O .

On a $OA=OB$ et $OA=OC$ on en déduit que $OA=OB=OC$.

Le point O est équidistant de A, de B et de C, il est donc centre du cercle passant par A , B et C .

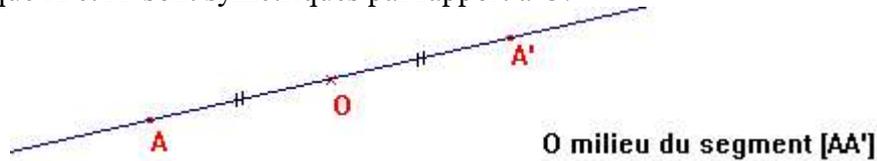
La symétrie centrale

1) Symétrie par rapport à un point :

La symétrie centrale de centre O est un demi tour autour de O .

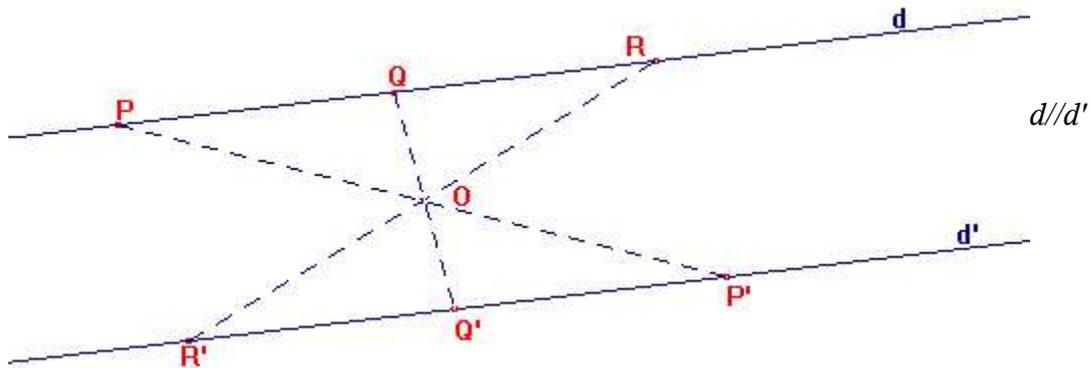
Le symétrique du point A par rapport au point O est le point A' tel que O soit le milieu du segment $[AA']$.

On dit que A et A' sont symétriques par rapport à O .



2) Symétrique d'une droite par rapport à un point :

Le symétrique d'une droite d par rapport à un point O est une droite d' parallèle à d .

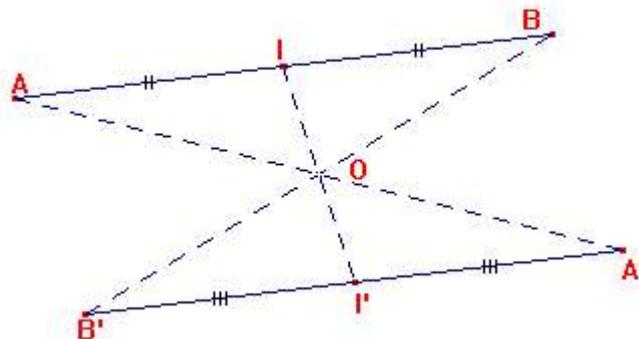


Si les points P , Q et R sont alignés alors les symétriques P' , Q' et R' sont alignés.

Si O est un point de la droite d alors d et d' sont confondues.

3) Symétrique d'un segment par rapport à un point :

I est le milieu du segment $[AB]$, A' , B' et I' sont les symétriques par rapport à O .



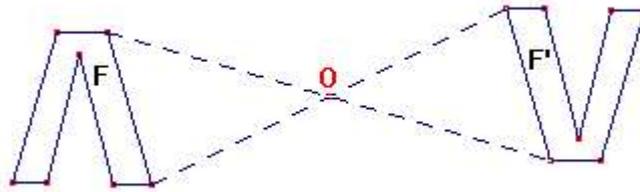
Le symétrique du segment $[AB]$ par rapport au point O est le segment $[A'B']$.

Les segments $[AB]$ et $[A'B']$ ont même longueur.

Si I est le milieu de $[AB]$ alors I' est le milieu de $[A'B']$.

Les droites (AB) et $(A'B')$ sont parallèles.

4) Symétrique d'une figure par rapport à un point :



F' est la figure symétrique de F par rapport au point O.

5) Centre de symétrie d'une figure :

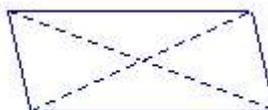
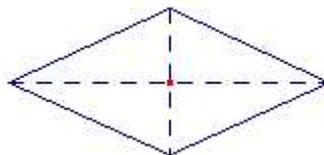
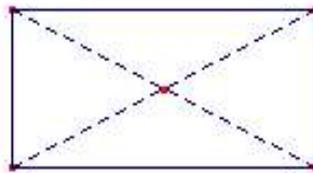
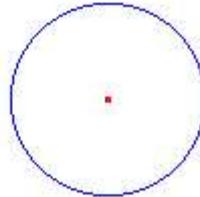
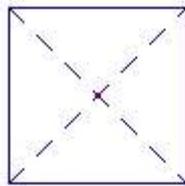
Un carré a un centre de symétrie : l'intersection des diagonales.

Un rectangle a un centre de symétrie : l'intersection des diagonales.

Un losange a un centre de symétrie : l'intersection des diagonales.

Un cercle a un centre de symétrie : le centre du cercle.

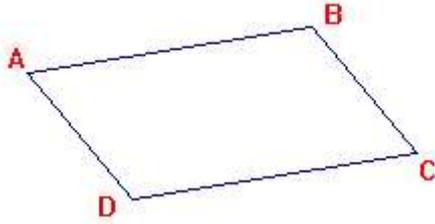
Un parallélogramme a un centre de symétrie : l'intersection des diagonales.



Parallélogrammes

1) Définition :

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.

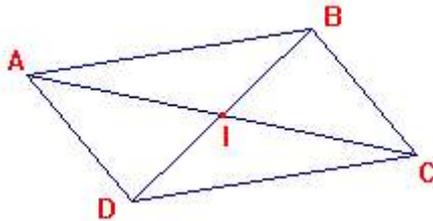


Si ABCD est un parallélogramme, alors :
 $(AB) \parallel (DC)$ et $(AD) \parallel (BC)$.

Si ABCD est un quadrilatère avec
 $(AB) \parallel (DC)$ et $(AD) \parallel (BC)$;
alors ABCD est un parallélogramme.

2) Centre de symétrie :

Un parallélogramme admet un centre de symétrie : l'intersection des diagonales.



I est le centre de symétrie du parallélogramme.

On dit aussi que I est le centre du parallélogramme.

3) Propriétés :

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

I est le milieu de $[AC]$ et $[BD]$.

Les côtés opposés d'un parallélogramme ont même longueur.

$AB=CD$ et $AD=BC$.

Les angles opposés d'un parallélogramme ont même mesure.

$$\widehat{ABC} = \widehat{ADC} \quad \text{et} \quad \widehat{BAD} = \widehat{BCD}$$

4) Conditions pour avoir un parallélogramme :

Un quadrilatère vérifiant l'une des conditions suivantes est un parallélogramme.

Les côtés opposés sont parallèles.

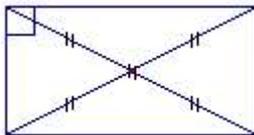
Les diagonales se coupent en leur milieu.

Les côtés opposés ont même longueur.

Les angles opposés ont même mesure.

Deux côtés opposés ont même longueur et sont parallèles

5) Rectangles, losanges, carrés :

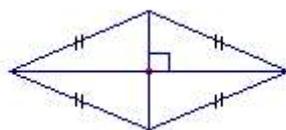


Un rectangle est :

un parallélogramme qui a un angle droit,

ou

un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur.

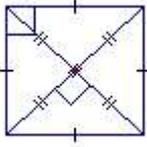


Un losange est :

un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur.

ou

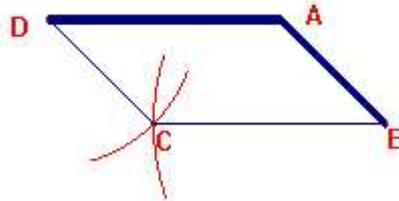
un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires.



Le carré est à la fois un rectangle et un losange, il a les propriétés des deux figures.

6) Tracé d'un parallélogramme dont on connaît trois sommets :

Méthode du compas :



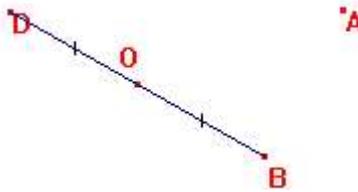
On connaît les sommets A, B et D :

Tracer l'arc de cercle de centre B et de rayon AD ;

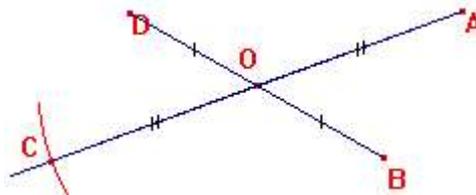
tracer l'arc de cercle de centre D et de rayon AB ;

ces arcs de cercle se coupent en un point qui est le dernier sommet du parallélogramme.

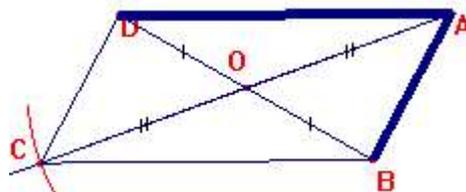
Méthode des milieux:



Etape 1 : tracer le milieu O de [DB]



Etape 2 : tracer la demi droite passant par A et O, tracer le symétrique de A par rapport à O.



Etape 3: ABCD est un parallélogramme

Aires

1) Formules d'aires :

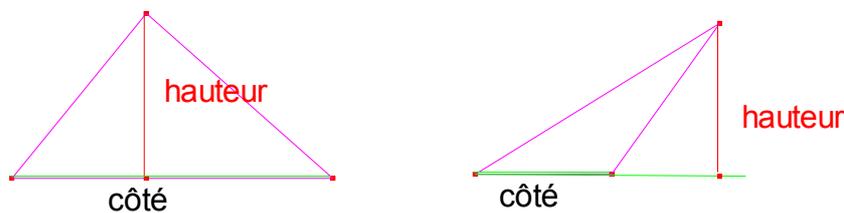
Pour calculer une aire, les longueurs doivent toutes être exprimées dans la même unité.
L'aire est alors trouvée dans l'unité carrée correspondante.

Exemples : si les longueurs sont en mm, l'aire est en mm²,
si les longueurs sont en dam, l'aire est en dam².

Aire d'un triangle :

L'aire d'un triangle est égale à la moitié du produit du côté par la hauteur relative à ce côté.

$$A = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{b \times h}{2}$$



remarque : la médiane partage un triangle en deux triangles ayant la même aire.

Aire d'un parallélogramme :

L'aire d'un parallélogramme est égale au produit d'un côté par la hauteur relative à ce côté.

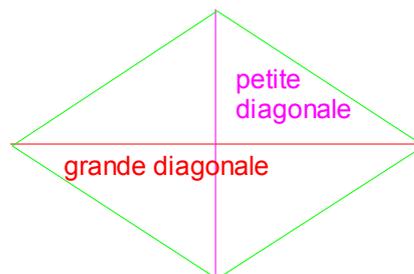
$$A = b \times h$$



Aire d'un losange :

L'aire d'un losange est égale à la moitié du produit des longueurs de ses diagonales.

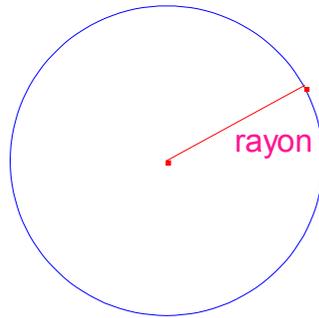
$$A = \frac{1}{2} \times D \times d = \frac{D \times d}{2}$$



Aire d'un disque :

L'aire d'un disque est égale au produit du nombre π par le carré du rayon du disque.

$$A = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$$



2) Propriétés des aires :

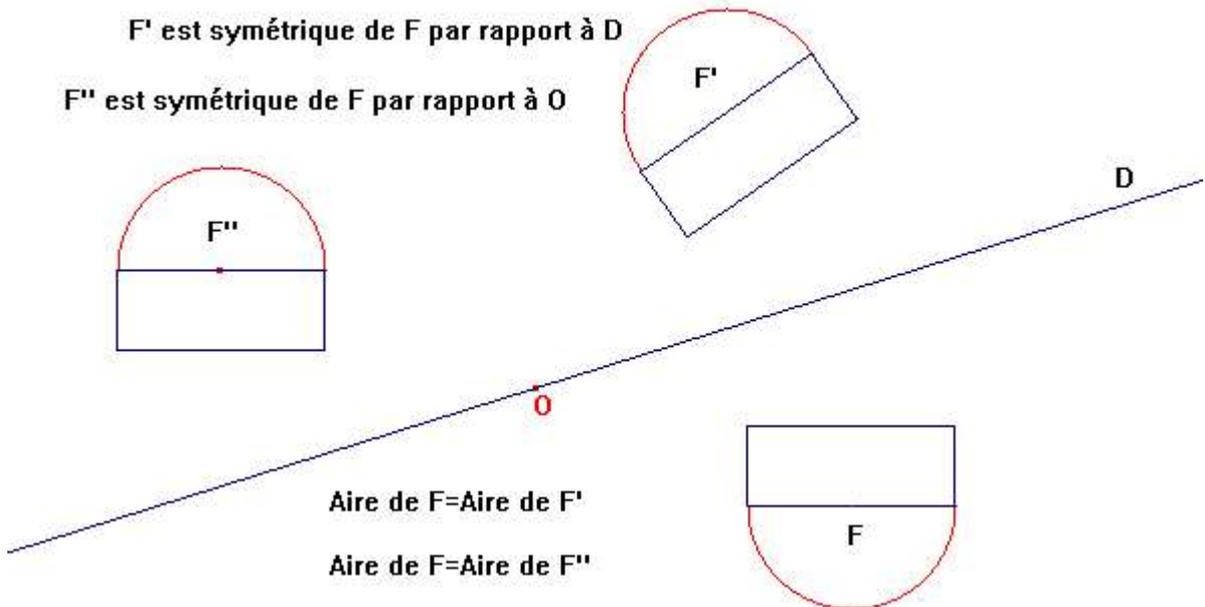
Deux figures symétriques par rapport à une droite ont même aire.

Deux figures symétriques par rapport à un point ont même aire.

Deux figures qui peuvent être superposées par découpage et assemblage ont même aire.

F' est symétrique de F par rapport à D

F'' est symétrique de F par rapport à O



Prismes. Cylindres.

1) Description, dessin en perspective du prisme :

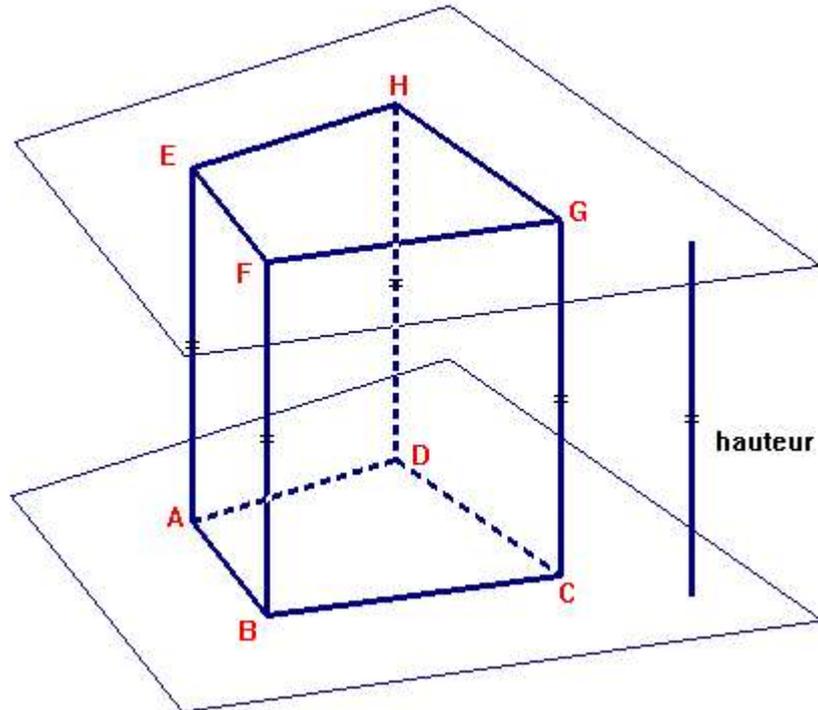
Les points A, B, C ... sont des sommets.

Les deux faces ABCD et EFGH sont les bases ; elles sont superposables et situées dans des plans parallèles.

Les autres faces sont les faces latérales ; elles sont rectangulaires et perpendiculaires aux bases.

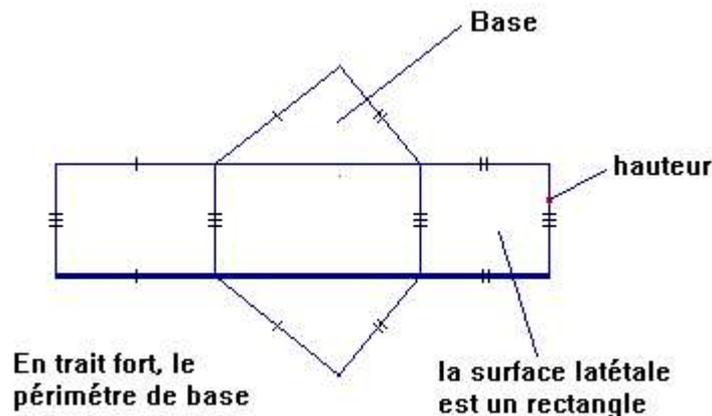
Sur un dessin en perspective elles sont représentées par des parallélogrammes.

Les arêtes (AE), (BF), (CG) et (DH) sont parallèles entre elles. Elles sont perpendiculaires aux bases.



2) Patron d'un prisme :

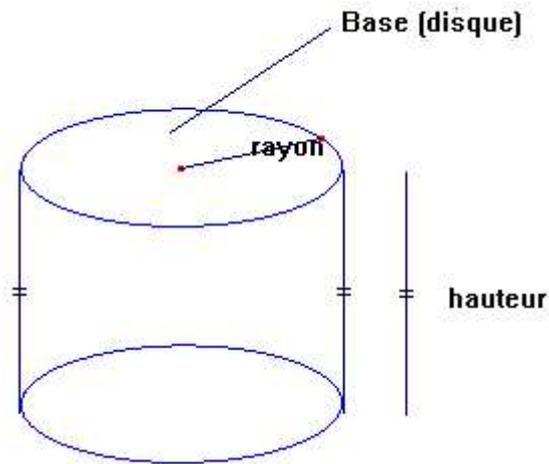
Pour réaliser un modèle de prisme on utilise un patron.



3 Cylindres :

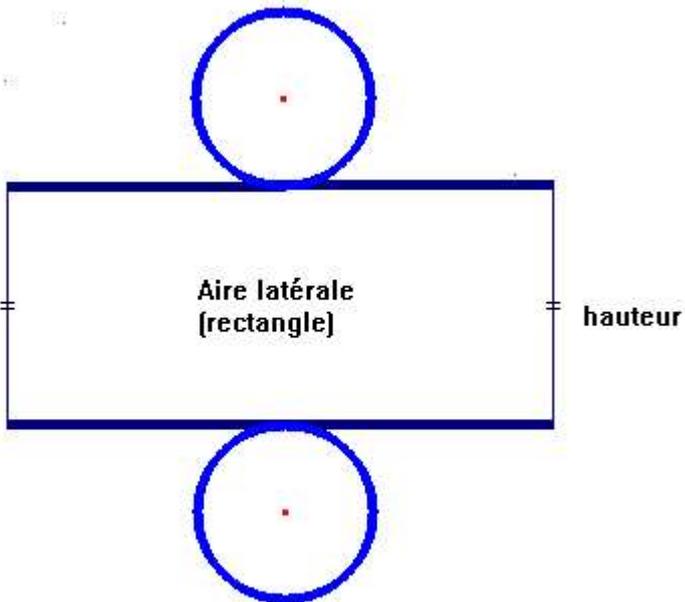
Le rayon est r

La hauteur est h



Le périmètre du cercle est :
 $2 \times \pi \times r$

C'est aussi le périmètre de base.



Aire du disque de base est :
 $2 \times \pi \times r \times r = 2 \times \pi \times r^2$

En trait fort périmètre de base

L'aire latérale d'un cylindre est égale à l'aire d'un rectangle de longueur $2 \times \pi \times r$ et de largeur h .

Aire latérale = (périmètre de base) \times hauteur = $(2 \times \pi \times r) \times h$

4 Aire et volume du prisme. Volume du prisme:

Aire latérale du prisme : (périmètre de base) \times hauteur

Aire totale du prisme : $2 \times$ (aire de base) + (aire latérale)

Volume du prisme : (aire de base) \times hauteur

Volume du cylindre : (aire de base) \times hauteur = $\pi \times r^2 \times h$

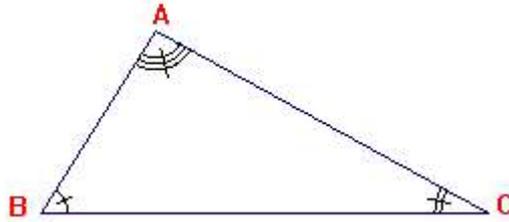
5 Unités de volume :

km ³			hm ³			dam ³			m ³			dm ³			cm ³			mm ³											
											<i>kL</i>			<i>hL</i>			<i>daL</i>			<i>L</i>			<i>dL</i>			<i>cL</i>			<i>mL</i>

Angles

1) Somme des angles d'un triangle :

La somme des mesures des angles d'un triangle est 180° .

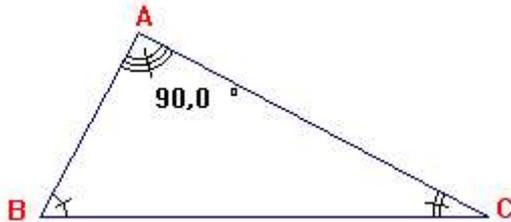


$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$$

Dans un triangle équilatéral, les angles mesurent 60° .

Dans un triangle équilatéral les trois angles ont même mesure,
 $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ et $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 3 \times \hat{A} = 180^\circ$ donc $\hat{A} = 180^\circ \div 3 = 60^\circ$

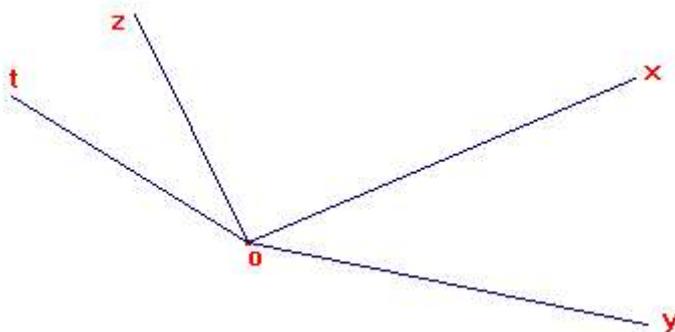
Dans un triangle rectangle, la somme des deux angles aigus est égale à 90°



$$\begin{aligned} \widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} &= 180^\circ \\ 90^\circ + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} &= 180^\circ \\ \widehat{ABC} + \widehat{ACB} &= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

2) Définitions :

Deux angles sont adjacents s'ils ont le même sommet, un côté commun et s'ils sont de part et d'autre de ce côté commun.



\widehat{xOy} et \widehat{xOz} sont adjacents .
 \widehat{xOt} et \widehat{xOz} ne sont pas adjacents

Deux angles sont complémentaires quand la somme de leurs mesures est 90° .

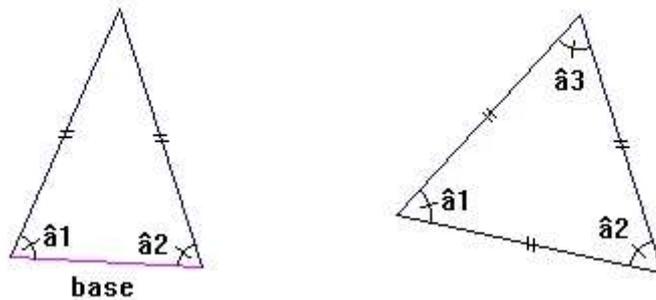
Dans un triangle rectangle les deux angles non droit sont complémentaires.

Deux angles sont supplémentaires quand la somme de leurs mesures est 180° .

3) Triangle isocèle, triangle équilatéral :

Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont même mesure.

Si le triangle est isocèle : $\hat{a}_1 = \hat{a}_2$.



Si un triangle a deux angles égaux, alors il est isocèle.

Si dans le triangle $\hat{a}_1 = \hat{a}_2$; alors il est isocèle.

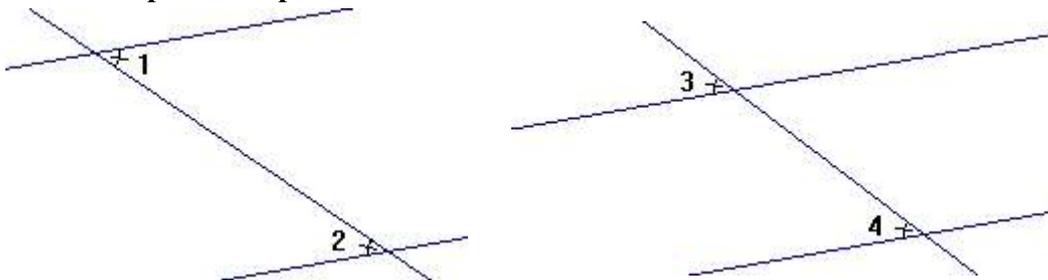
Dans un triangle équilatéral, les trois angles ont même mesure.

Si le triangle est équilatéral : $\hat{a}_1 = \hat{a}_2 = \hat{a}_3$

Si un triangle a trois angles égaux, alors il est équilatéral.

Si dans le triangle $\hat{a}_1 = \hat{a}_2 = \hat{a}_3$; alors il est équilatéral.

4) Angles formés par deux parallèles et une sécante :

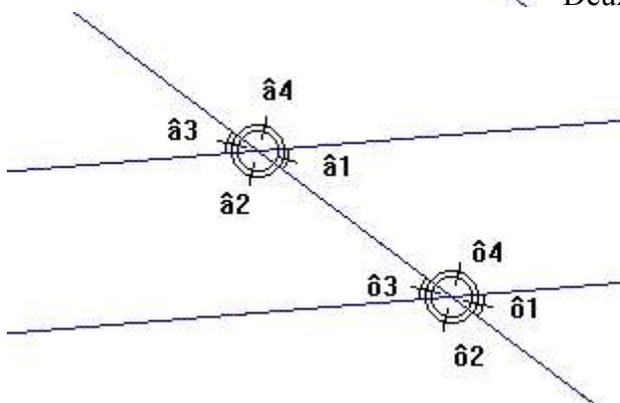


1 et 2 sont des angles alternes-internes.

3 et 4 sont des angles correspondants.

5 et 6 sont des angles opposés par le sommet.

Deux angles opposés par le sommet ont même mesure.



Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors :

les angles alternes-internes sont égaux ;

$$\hat{a}_1 = \hat{o}_3 \text{ et } \hat{a}_2 = \hat{o}_4$$

les angles correspondants sont égaux.

$$\hat{a}_3 = \hat{o}_3 \text{ et } \hat{a}_4 = \hat{o}_4$$

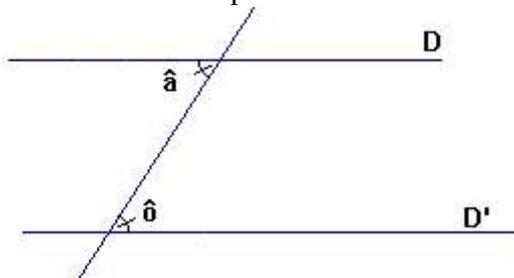
$$\hat{a}_2 = \hat{o}_2 \text{ et } \hat{a}_1 = \hat{o}_1$$

Dans tous les cas les angles opposés par le sommet sont égaux :

$$\hat{a}_1 = \hat{a}_3 \text{ et } \hat{a}_2 = \hat{a}_4 ; \hat{o}_1 = \hat{o}_3 \text{ et } \hat{o}_2 = \hat{o}_4$$

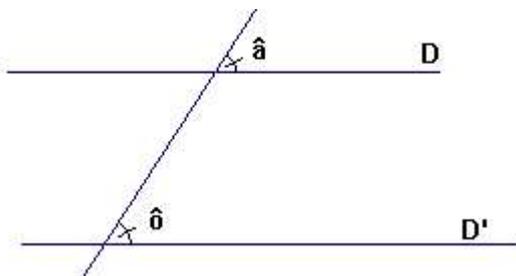
5) Conditions de parallélisme :

Si deux droites sont coupées par une sécante en formant des angles alternes-internes égaux, alors ces droites sont parallèles.



Si $\hat{a} = \hat{o}$ alors $D // D'$

Si deux droites sont coupées par une sécante en formant des angles correspondants égaux, alors ces droites sont parallèles.



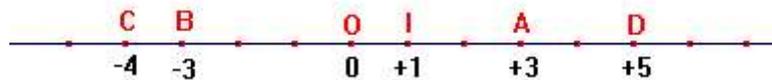
Si $\hat{a} = \hat{o}$ alors $D // D'$

Les nombres relatifs

1) Graduer une droite ; repérage sur une droite :

Sur une droite, on peut situer des nombres à partir d'un point O qui représente le zéro.
Avec les nombres relatifs, on peut graduer une droite des deux côtés du zéro.
On place à droite les nombres positifs, c'est à dire ceux dont le signe est +.
On place à gauche les nombres négatifs, c'est à dire ceux dont le signe est -.
Zéro n'a pas de signe et peut être considéré comme positif ou négatif.

Chaque point d'une droite graduée peut être repéré par un nombre relatif appelé abscisse du point.



O a pour abscisse 0 ; I a pour abscisse +1 ; A a pour abscisse +3 ; B a pour abscisse -3 .
On écrit O(0) ; I(+1) ; A(+3) ; B(-3) ; C(-4) ; D(+5).

2) Ecriture des nombres relatifs:

Un nombre relatif s'écrit avec:
un signe : + ou - ;
un nombre entier ou décimal .

Pour simplifier l'écriture: zéro n'a pas de signe;
les nombres positifs peuvent s'écrire sans le + .

exemples de nombres relatifs :

(+5) = 5; (-5); (+4,72) = 4,72; (-7,25) , (+0) = (-0) = 0; (-0,2); (-8).

3) Nombres relatifs opposés:

Deux nombres relatifs sont dits opposés si en changeant le signe de l'un, on obtient l'autre.

exemples : (+6) et (-6) sont des nombres relatifs opposés;

(-8) et (+8) sont des nombres relatifs opposés.

On écrit $\text{opp}(+6)=(-6)$; $\text{opp}(-8)=(+8)$.

$\text{Opp}(-3,5)=(+3,5)$; $\text{opp}(+9,7)=(-9,7)$

$\text{opp}(0)=0$

4) Graduer le plan ; repérage dans le plan :

Pour graduer le plan:

on trace deux droites perpendiculaires;

on place le point 0 à l'intersection des deux droites;

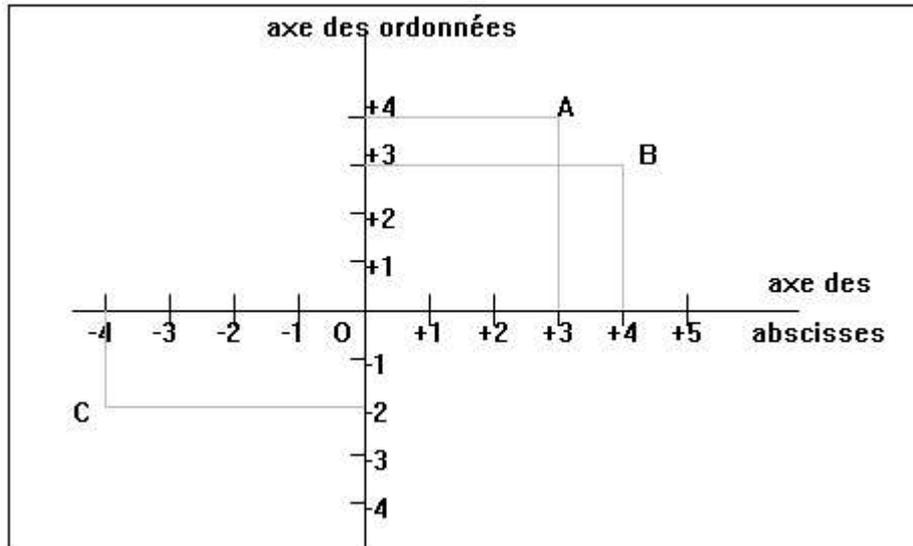
gradue chacune des droites à partir de 0 (le plus souvent en choisissant la même unité). on

L'axe horizontal s'appelle axe des abscisses; l'axe vertical s'appelle axe des ordonnées.

On repère un point à l'aide de deux nombres appelés coordonnées du point.

Le premier nombre est l'abscisse, le second est l'ordonnée.

Point (abscisse; ordonnée)
A(+3;+4) B(+4;+3) C(-4;-2)



5) Lire les coordonnées d'un point:

Pour lire les coordonnées d'un point dans un repère, on trace en pointillés les parallèles aux axes et on lit d'abord sur l'axe des abscisses, puis sur l'axe des ordonnées.

6) Comparer des nombres relatifs :

1° méthode :

Les nombres relatifs sont rangés comme les points d'une droite graduée dont ils sont les abscisses.

Pour comparer -3 et -4 on regarde sur la droite graduée : on a $-4 < -3$.

Pour comparer -3 et +5 on regarde sur la droite graduée : on a $-3 < +5$.

2° méthode :

Pour comparer deux nombres relatifs positifs on les range comme les nombres décimaux.

$+7,2 = 7,2$ et $+7,03 = 7,03$ donc pour comparer $+7,2$ et $+7,03$ on compare $7,2$ et $7,03$: $7,2 > 7,03$

Pour comparer deux nombres relatifs négatifs , on compare leurs distances a 0. Le plus petit est celui qui a la plus grande distance à 0. (C'est celui qui est le plus éloigné de 0).

$-7,2$ a une distance à 0 de $7,2$; $-7,03$ a une distance à 0 de $7,03$ donc $-7,2 < -7,03$.

Pour comparer deux nombres relatifs de signes différents, le plus grand est le positif.

$$+7,03 > -7,3 \quad +7,3 > -7,2$$

Remarque : pour ranger une série de nombres relatifs il est conseillé de trier les positifs et les négatifs puis de comparer les positifs entre eux ; les négatifs entre eux ; les positifs étant plus grands que les négatifs.

exemple: Ranger dans l'ordre croissant les nombres

$-4,3$; $4,2$; -5 ; $-4,02$; $4,02$; 5 ; 7 ; -9 .

On trie les positifs et on les range : $4,02 < 4,2 < 5 < 7$;
 on trie les négatifs et on les range : $-9 < -5 < -4,2 < -4,02$;
 on répond : $-9 < -5 < -4,2 < -4,02 < 4,02 < 4,2 < 5 < 7$.

Addition, soustraction des nombres relatifs**1) Addition des nombres relatifs :**

Cas où les deux nombres sont de même signe :

On garde le signe et on ajoute les «valeurs».

$$(+5)+(+7) = +12$$

$$(-5)+(-7) = -12$$

Cas où les deux nombres sont de signes différents :

On prend le signe de celui qui a la plus grande «valeur» ;
on soustrait les valeurs , «plus grande – plus petite».

$$(+5)+(-7) = -2$$

$$(-5)+(+7) = +2$$

Cas où les deux nombres sont opposés :

La somme de deux nombres opposés est égale à 0.

$$(+5)+(-5)=0$$

$$(-7)+(+7)=0$$

2) Soustraction des nombres relatifs :

Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

$$a - b = a + \text{opp}(b)$$

$$(+5)-(+7) = (+5)+\text{opp}(+7) = (+5)+(-7) = -2$$

$$(+5)-(-7) = (+5)+\text{opp}(-7) = (+5)+(+7) = +12$$

$$(-5)-(+7) = (-5)+\text{opp}(+7) = (-5)+(-7) = -12$$

$$(-5)-(-7) = (-5)+\text{opp}(-7) = (-5)+(+7) = +2$$

Remarque : il existe deux sortes de signe – ; l'un signifiant négatif ;
l'autre signifiant soustraction.

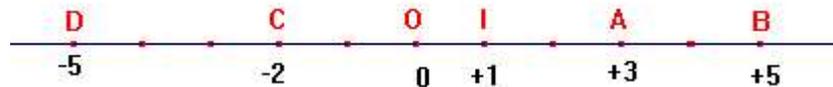
Dans $(-5) - (-7)$ on a deux signes de négatifs et un signe de soustraction.

3) Distance de deux points sur une droite graduée :

A et B étant deux points d'une droite graduée ayant pour abscisses x_A et x_B ; la distance de A à B , notée AB , est égale à «abscisse la plus grande– abscisse la plus petite».

Une distance est toujours un nombre positif.

$$\text{Si } x_B > x_A \text{ alors } AB = x_B - x_A$$



$$A(+3) \quad B(+5)$$

Calcul de AB:

Calcul de CD

$$C(-2)$$

$x_C > x_D$;

$$D(-5)$$

$$x_A > x_B ; \quad AB = (+5) - (+3) = (+5) + (-3) = +2 = 2$$

$$CD = (-2) - (-5) = (-2) + (+5) = +3 = 3$$

4) Simplifier une écriture :

Une somme algébrique est une succession d'additions et de soustractions de nombres relatifs.
Simplifier une somme algébrique revient à écrire cette somme sans utiliser de parenthèses.
Un nombre positif peut s'écrire sans son signe.

Exemples : Simplifier les sommes algébriques :

$$(+5) + (+7) = 5 + 7 = 12$$

$$(-5) + (+7) = -5 + 7 = 2$$

$$(+5) + (-7) = 5 - 7 = -2$$

$$(-5) + (+7) = -5 + 7 = 2$$

$$(-5) + (-7) = -5 - 7 = -12$$

$$(+5) - (+7) = (+5) + (-7) = 5 - 7 = -2$$

$$(+5) - (-7) = (+5) + (+7) = 5 + 7 = 12$$

$$(-5) - (+7) = (-5) + (-7) = -5 - 7 = -12$$

$$(-5) - (-7) = (-5) + (+7) = -5 + 7 = 2$$

Equations

Dans cette leçon a et b sont des nombres connus.

1) Définitions :

$(+5) + (-7) = -2$ est une égalité.

$(+5) + x = -2$ est une équation dont x est l'inconnue.

Résoudre une équation c'est trouver la valeur qu'il faut donner à x pour avoir une égalité.

Ici -7 est la solution de l'équation.

2) L'équation $a + x = b$:

La solution de l'équation $a + x = b$ est $x = b - a$.

exemples : $7 + x = 9$

$$x = 9 - 7$$

$$x = 2$$

2 est la solution.

$$-4 + x = 7$$

$$x = 7 - (-4) = 7 + 4$$

$$x = 11$$

11 est la solution.

3) L'équation $a - x = b$:

La solution de l'équation $a - x = b$ est $x = a - b$.

exemples : $7 - x = 9$

$$x = 7 - 9$$

$$x = -2$$

-2 est la solution.

$$-4 - x = 7$$

$$x = -4 - 7$$

$$x = -11$$

-11 est la solution.

4) L'équation $ax = b$:

La solution de l'équation $ax = b$ est $x = \frac{b}{a}$.

exemples : $4x = 5$

$$x = \frac{5}{4} = 1,25$$

1,25 est solution.

$$3x = 8$$

$$x = \frac{8}{3}$$

$\frac{8}{3}$ est solution.

5) L'équation $\frac{x}{a} = b$:

La solution de l'équation $\frac{x}{a} = b$ est $x = ab$.

exemple : $\frac{x}{3} = 7$

$$x = 3 \times 7 = 21 \quad 21 \text{ est la solution.}$$

Proportionnalité

1) Reconnaître une situation de proportionnalité :

Dans un tableau, il y a proportionnalité quand les termes de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première ligne par un même nombre.

Ce nombre est le coefficient de proportionnalité.

Sur un graphique, il y a proportionnalité quand tous les points sont alignés et la droite passe par l'origine du repère.

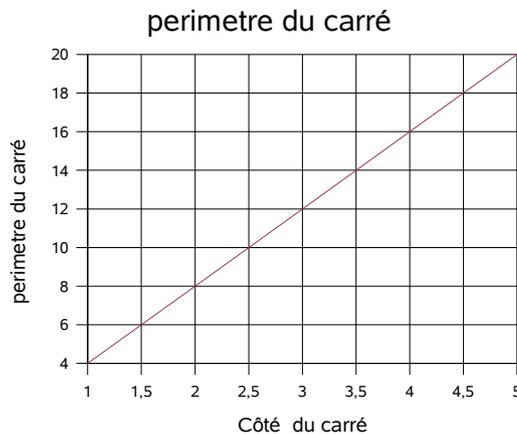
2) Exemples: calcul du périmètre et de l'aire d'un carré :

$$\text{Périmètre} = \text{côté} \times 4$$

$$\text{Aire} = \text{côté} \times \text{côté}$$

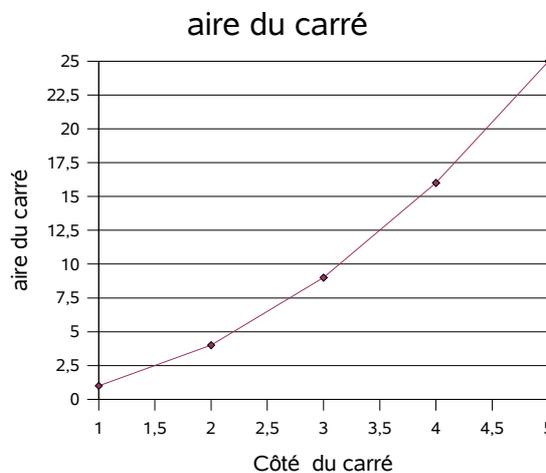
Côté du carré	1	2	3	4	5
Périmètre du carré	4	8	12	16	20

Dans le tableau la deuxième ligne s'obtient en multipliant la première par 4, c'est une situation de proportionnalité.



Côté du carré	1	2	3	4	5
Aire du carré	1	4	9	16	25

Dans le tableau, la deuxième ligne ne s'obtient pas en multipliant la première par un même nombre. Ce n'est pas une situation de proportionnalité.



4) Calcul d'un quatrième nombre quand il y a proportionnalité :

Gaston a parcouru 217,5 km en 3 heures.

Trouver combien il lui faudra de temps pour parcourir 362,5 km.

1° méthode :

On peut utiliser le coefficient de proportionnalité.

<i>Temps en h</i>	3	
Distance en km	217,5	362,5

Pour passer de la première à la deuxième ligne on multiplie par $\frac{217,5}{3} = 72,5$

On fait donc $362,5 \div 72,5 = 5$; il faudra 5 heures pour les 362,5 km.

2° méthode :

On peut utiliser le produit en croix.

On fait $362,5 \times 3 \div 217,5 = 1087,5 \div 217,5 = 5$ et on retrouve 5 heures.

Pourcentages. Échelles**1) Appliquer un pourcentage :**

Calculer t % de la quantité a c'est multiplier a par $\frac{t}{100}$ soit $a \times \frac{t}{100} = \frac{a \times t}{100}$.

Exemples :

a) Dans une classe de 25 élèves il y a 40% d'externes.

Calcul du nombre d'externes : $25 \times \frac{40}{100} = \frac{25 \times 40}{100} = 10$. Il y a 10 externes.

b) Gaston place ses 850 € d'économie à la banque à un taux de 4,5 % .

Quelles seront ses économies au bout d'un an ?

Calcul des intérêts : $850 \times \frac{4,5}{100} = \frac{850 \times 4,5}{100} = 38,25$.

Au bout d'un an Gaston a (850 + 38,25 = 888,25) 888,25 € d'économie.

c) Avant le jour des soldes un article coûtait 350 €. Le jour des soldes il est est soldé à 25%.

Quel est son prix soldé ?

Calcul de la réduction : $350 \times \frac{25}{100} = \frac{350 \times 25}{100} = 87,5$.

Le prix soldé est (350 – 87,5 = 262,5) 262,5 €.

2) Trouver un pourcentage :

a) Dans une classe de 30 élèves il y a 18 filles, quel est le pourcentage de filles dans cette classe ?

On utilise un tableau de proportionnalité :

Nombre de filles	18	
Nombre d'élèves	30	100

Pour trouver le nombre manquant on utilise le produit en croix $\frac{18 \times 100}{30} = 60$.

Il y a 60% de filles dans cette classe .

b) Une bague était affichée 450 €. Elle est soldée 301,50€ . Quel est le pourcentage de réduction ?

On calcule la réduction : $450 - 301,5 = 148,5$.

On utilise un tableau de proportionnalité :

Réduction	148,5	
Ancien prix	450	100

Pour trouver le nombre manquant on utilise le produit en croix :

$$\frac{148,5 \times 100}{450} = 33$$

La réduction est de 33%.

4) Echelles :

Définition : Quand les distances sur un plan sont proportionnelles aux distances réelles;

l'échelle est le quotient $E = \frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$.

On a distance sur le plan = $E \times$ distance réelle

On a aussi le tableau de proportionnalité :

Distance sur le plan (cm)	1	
Distance réelle (cm)	e	

Le coefficient de proportionnalité est e .

Quand e est plus petit que 1; on a un agrandissement (par exemple au microscope).

Quand e est plus grand que 1, on a une réduction (par exemple sur une carte routière).

5) Exemples :

a) Une carte est à l'échelle 1:25 000

Cela signifie que $E = \frac{1}{25\,000}$ et que 1cm sur la carte représente 25 000 cm (soit 250 m)

sur le terrain.

Distance sur la carte (cm)	1
Distance réelle (cm)	25 000

Le coefficient est 25 000, on a une réduction.

b) Un bijou est représenté à l'échelle 2:1

Cela signifie que $E=2$ et que 1cm sur la photo représente 0,5 cm sur le bijou .

Distance sur la photo (cm)	2
Distance sur le bijou (cm)	1

Le coefficient est 0,5, on a un agrandissement.

Statistiques

1) Répartition par classes :

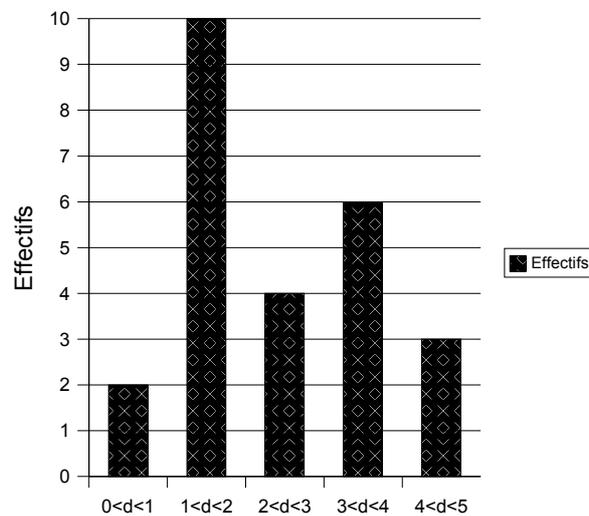
On a demandé aux 25 membres d'un club sportif la distance (en km) entre leur domicile et le stade.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>o</i>	<i>p</i>	<i>q</i>	<i>r</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>u</i>	<i>v</i>	<i>w</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
4	1	0,5	3,8	1,5	1,8	3	4	0,8	1	2	3	1,5	3,5	4,5	2,7	1	2	1,7	1,8	3,5	1,5	3	1,5	2,5

On les a répartis suivant les classes suivantes :

Distance	$0 \leq d < 1$	$1 \leq d < 2$	$2 \leq d < 3$	$3 \leq d < 4$	$4 \leq d < 5$	Total
Effectifs	2	10	4	6	3	25

On a l'histogramme:



2) Fréquence :

La fréquence s'exprime en pourcentage.

Le calcul de la fréquence est donné par
$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 100$$

On peut aussi la calculer grâce au tableau de proportionnalité :

Effectif	Fréquence
Effectif Total	100

Distance	$0 \leq d < 1$	$1 \leq d < 2$	$2 \leq d < 3$	$3 \leq d < 4$	$4 \leq d < 5$	Total
Effectifs	2	10	4	6	3	25
Fréquences	8,00%	40,00%	16,00%	24,00%	12,00%	100,00%

On a le diagramme circulaire :

Distance	$0 \leq d < 1$	$1 \leq d < 2$	$2 \leq d < 3$	$3 \leq d < 4$	$4 \leq d < 5$	Total
Effectifs	2	10	4	6	3	25
Fréquences	8,00%	40,00%	16,00%	24,00%	12,00%	100,00%
Angles	$28,8^\circ$	144°	$57,6^\circ$	$86,4^\circ$	$43,2^\circ$	360°

